

連立方程式とは2つ以上の方程式を組み合わせたものです。

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ のように表されます。}$$

これをカッコを使わないでかくと、  
 $x+y=5$  かつ  $x-y=1$  とかきます。

この連立方程式を解くとはどういうことかというと

$x+y=5$  かつ  $x-y=1$  を満たす  $x, y$  の組を求めることである。

もう少しわかりやすくいうと、 $x+y=5$  と  $x-y=1$  を同時に満たす  $x, y$  の組を求めることである。

$x+y=5$  となる  $x, y$  の組合せと  $x-y=1$  となる  $x, y$  の組合せをそれぞれ求めてみると、

$x+y=5$  となる組合せ

|     |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $y$ | 7  | 6  | 5 | 4 | 3 | 2 |

$x-y=1$  となる組合せ

|     |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $y$ | 3  | 2  | 1 | 0 | 1 | 2 |

オレンジ色の部分に注目すると、 $x, y$  がどちらも等しいから、連立方程式の解は、  
 $x=3, y=2$  です。

連立二元一次方程式を解くには、2つの文字のうちの1つを消去することによって一次方程式を考えることによって求めることができます。その方法として加減法と代入法があります。

### 加減法

2つの文字があるので、 $x+y=5$  だけだと、 $x, y$  の組は無数に存在します。そのため、2つの式から文字を1つ消去して1つの文字の式にします。説明をわかりやすくするために



番号付けをします。

$$\begin{cases} x + y = 5 \cdots \text{①} \\ x - y = 1 \cdots \text{②} \end{cases}$$

ここで①と②を足してみます。すると  $2x = 6$  となり、 $x = 3$  が得られます。

$x = 3$  を①に代入すると、 $3 + y = 5$  よって、 $y = 2$

連立方程式の解は、 $x = 3$ ,  $y = 2$

検算は絶対に行うようにしましょう！

数学出来る人と出来ない人に分かれる分岐点はこの検算をするかどうかの違いによるものであるといっても過言ではない。出てきた答えがちゃんとあっているのか

$x = 3$ ,  $y = 2$ を①の左辺に代入すると、

$$\text{①の左辺} = 3 + 2 = 5 \cdots \text{これは①の右辺に等しい}$$

$$\text{②の左辺} = 3 - 2 = 1 \cdots \text{これは②の右辺に等しい}$$

よって、 $x = 3$ ,  $y = 2$  が解であることが確かめられました。

連立方程式の問題は、検算を行うことによって確実に正解することができるので、めんどくさくさらず検算を毎回しっかり行うようにしていきましょう。

## 代入法

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x + y = 5 \cdots \text{①} \\ y = x + 1 \cdots \text{②} \end{cases}$$

②式の  $x$  を移行して

$$\begin{cases} x + y = 5 \cdots \text{①} \\ -x + y = 1 \cdots \text{②} \end{cases}$$

と変形すれば加減法で解くことはできる。ただし、 $x =$  や  $y =$  の形で表される連立方程式では代入したほうが計算しやすいため、代入法の仕方を学習していきましょう。

$$\begin{cases} x + y = 5 \cdots \text{①} \\ y = x + 1 \cdots \text{②} \end{cases}$$



②式がいているのは、 $y$  と  $x+1$  が同じ値だということ。ということは  
①式の  $x+y=5$  の  $y$  を  $x+1$  に置きかえる（代入する）ことができます。

よって①式は

$$x + (x + 1) = 5$$

$$2x + 1 = 5$$

よって、 $x = 2$

$$x = 2 \text{ を代入して } y = 2 + 1 = 3$$

答え  $x = 2, y = 3$

参考 連立方程式の解の表記について

2次方程式の解の表記は3つあります。1つ前の現行の教科書では、 $(x, y) = (3, 2)$  という表記でしたが、現行の教科書では  $x = 3, y = 2$  となっていますので、ここではこれで統一しています。

(質問) 加減法と代入法について

「連立方程式では加減法と代入法の2つあるのはどうしてですか？」

中学で学習する連立方程式は正確には連立二元一次方程式です。2つの式を足したり引いたりして計算するのが加減法であり、1つの式をもう1つの方程式に代入することによって求めるのが代入法ですが、連立一次方程式では、 $ax + by = c$  を  $x$  または  $y$  について解くことによって、加減法を代入法解くことができるようになります。

例えば高校数学では  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$  のような連立方程式を学習します。この連立方程式

では  $x - y = 1$  に四則演算をほどこしても  $x^2$  をつくることはできません。ですから、これは加減法で解くことはできず、代入法で解くこととなります。高校数学では、この例のように加減法で解くことはできず、代入法で解かなければならない問題がほとんどです。であれば、代入法だけ学べばいいかと言われるとそうではありません。

連立二元一次方程式を用いるときには、 $ax + by = c$  の形で式を立てることがほとんどあり、これをわざわざ  $x = \sim, y = \sim$  に変形するのはひと手間かかります。また、代入法よりも加減法の方が計算が簡単です。ですから、中学数学では、加減法と代入法の両方を学習していきます。使い分けについては、2つの式が  $ax + by = c$  の形であれば加減法、

2つの式のうち1つ以上が  $x = \sim$  または,  $y = \sim$  となっていれば代入法を使うと覚えておけば問題ありません。