相似（Similarity）　ある図形を拡大または縮小した図形があるとき，　その図形ともとの図形は相似であるといい，　たとえば，　四角形 ABCD と四角形 EFGH が相似であることを，相似の頭文字 S を横にした記号∽を使って，　四角形 ABCD∽四角形 EFGH のように表します（相似記号の由来は諸説あります)。
（対応する頂点は同じ順に書く。例　四角形 ABCD∽四角形 HGFE としてはいけない。）
相似な図形の性質
1　相似な図形では，　対応する線分の長さの比はすべて等しい。
(例　△ABC∽△DEF のとき，　AB＝DE とかき，　AB＝ED とは書かない。)
2　相似な図形では，　対応する角の大きさはそれぞれ等しい。
(例　△ABC∽△DEF のとき，　∠ABC＝∠EFG とかき，　∠ABC＝∠GFE とは書かない。)

相似比
相似な図形で，　対応する線分の長さの比を相似比といいます。

復習
比の値
比 a：b において，　a を b で割った値 $\frac{a}{b}$ を，　a：b の比の値といいます。
比の性質
$a : b = m : n$ ならば，　$an = bm$
$a : b = m : n$ ならば，　$a : m = b : n$

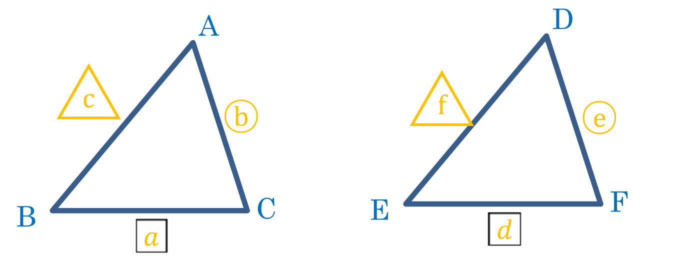
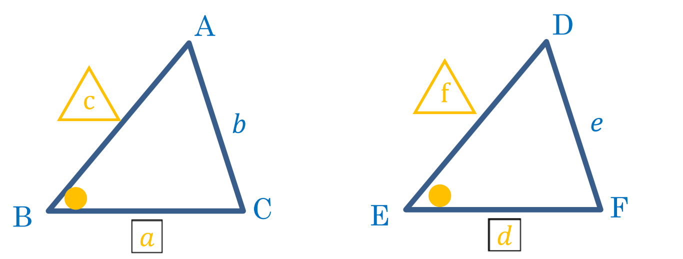
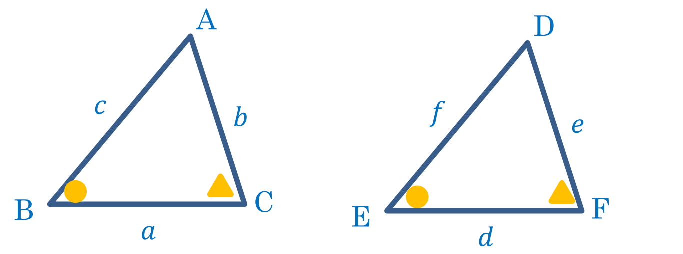
例　四角形 ABCD の 2 倍の大きさである四角形を四角形 EFGH とすると，　四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比は$1:2$であるといいます。
例　四角形 ABCD の 2 倍の大きさである四角形を四角形 EFGH とすると，　四角形 ABCD と四角形 EFGH の比の値は $\frac{1}{2}$ であるといいます。

復習　三角形の合同条件

1	3組の辺がそれぞれ等しい。
2	2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
3	1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

三角形の相似条件

2つの三角形は，次の3つの条件のうちどれか1つでも成り立つとき相似であるといいます。

1　3組の辺の比がすべて等しい。 $a : d = b : e = c : f$	
2　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。 $a : d = c : f$，$\angle B = \angle E$	
3　2組の角がそれぞれ等しい。 $\angle B = \angle E$，$\angle C = \angle F$	

（質問）　“それぞれ”と“すべて”の違いについて

「合同条件では，3組の辺が“それぞれ”等しいとかいてあるのに対して，相似条件では3組の辺の比が“すべて”等しいとなっているのはなぜでしょうか？」

（回答）

もし，相似条件が3組の辺の比がそれぞれ等しいとなった場合，

（質問）

「合同や相似の条件で，“それぞれ”がないと不正解になりますか？」

（回答）
不正解になると思います。例えば，２組の角が等しいとすると，これは∠B＝∠E，∠C＝∠F を表すのではなく，∠B＝∠E と∠C＝∠F がイコールで結ばれることになります。すなわち，

三角形の相似条件を使った証明

相似な図形のかき方
2 つの図形の対応する点を通る直線がすべて 1 点 O を通り，点 O から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき，この 2 つの図形は相似の位置にあるといい，点 O を相似の中心という。相似の位置にある 2 つの図形は相似である。

三角形と比の定理

△ABC の辺 AB，AC 上の点をそれぞれ D，E とするとき，
1　DE∥BC ならば，AD：AB＝AE：AC＝DE：BC
2　DE∥BC ならば，AD：DB＝AE：EC

（1　DE∥BC ならば，AD：AB＝AE：AC＝DE：BCの証明）

△ADE と△ABC で，
∠A＝∠A（共通）・・・①
∠ADE＝∠ABC（平行線の同位角）・・・②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△ABC
相似な三角形の対応する辺の長さの比はすべて等しいから，

AD：AB＝AE：AC＝DE：BC

(2　DE // BC ならば，　AD：DB＝AE：ECの証明)

辺 BC 上に，　DF // AC となる点 F をとる。
△ADE と△DBF で，
AC // DF の同位角より，　∠DAE＝∠BDF・・・①
DE // BC の同位角より，　∠ADE＝∠DBF・・・②
①，　②より，　2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△DBF
対応する辺の長さの比は等しいから，
AD：DB＝AE：DF・・・③
四角形 DFCE は平行四辺形であるから，
DF＝EC・・・④
③，　④より，　AD：DB＝AE：EC

点 D を通り，　辺 AC に平行な直線と辺 BC の延長との交点を F，　点 A を通り，　辺 BC に平行な直線と DF との交点を G とする。

四角形 EAGD，　EFCD は平行四辺形であるから，
AE＝GD，　EC＝DF・・・①
△DAG∽△DBF より，　AD：BD＝DG：DF

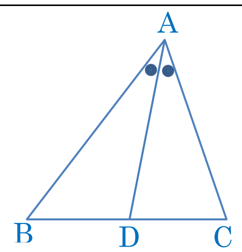
三角形と比の定理の逆

△ABC の辺 AB，　AC 上の点をそれぞれ D，　E とするとき， 1　AD：AB＝AE：ACならば，　DE // BC 2　AD：DB＝AE：ECならば，　DE // BC

1 の証明
点 B を通り，　辺 CA に平行な直線をひき，　直線 ED の延長との交点を F とする。
△ADE と△BDF で，
CA // BF の錯角より
∠AED＝∠BFD・・・①
対頂角は等しいから，
∠ADE＝∠BDF・・・②
①，　②から，　2 組の角がそれぞれ等しいから，　△ADE∽△BDF
対応する辺の比は等しいから，

AE：BF＝AD：BD・・・③
仮定から，
AD：BD＝AE：EC・・・④
③，④より，
AE：BF＝AE：EC・・・⑤
⑤より，BF＝EC・・・⑥
また，BF // EC であるから，四角形 FBCE は平行四辺形である。
したがって，DE // BC

三角形の角の二等分線と線分の比（angle bisector theorem）

△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると， AB：AC＝BD：CD である。	

Proof
点 C を通り，辺 DA に平行な直線をひき，直線 BA との交点を E とする。
仮定から，
∠BAD＝∠CAD・・・①
AD // EC の同位角より
∠BAD＝∠AEC・・・②
AD // EC の錯角より
∠CAD＝∠ACE・・・③
①，②，③より，∠AEC＝∠ACE・・・④
④より，2 つの角が等しいから，△ACE は二等辺三角形，よって，
AC＝AE・・・⑤
△BEC で，AD // EC から，三角形の比の定理より，
AB：AE＝BD：CD・・・⑥
⑤，⑥より，AB：AC＝BD：CD