確率

起こりうるすべてのことがらに対して，条件にあてはまることがらがどのくらいあるかということを分数で表したものを確率といいます。確率は次の式で求めることができます。

$$\text{確率} = \frac{\text{条件にあてあまることがら}}{\text{起こりうるすべてのことがら}}$$

例　サイコロを 1 回投げて，3 以上の目が出る確率

サイコロを 1 回投げると，起こりうる出る目の数は 1，2，3，4，5，6 の 6 通りです。このうち，3 以上の目が出るとは，3，4，5，6 の目が出ることであるので，求める確率は，

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

トランプについての基礎知識

マークはクラブ，スペード，ダイヤ，ハートの 4 つです。
数については 1～13 の各 13 枚あります。よって，ジョーカーを除くと 1 組の枚数は 52 枚です。
絵札とはジャック J（11），クイーン Q（12），キング K（13）の 3 種類があります。

例　絵札かつスペードのカードを引くことがらは全部で 3 通りです。

2つのものの組み合わせがあるときの確率の求め方

2つのものの組み合わせのときは，表を使うと便利です。

例　2つのサイコロの目の和が10以上になる確率を求めなさい。

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

起こりうるすべてのことがらは36通りです。このうち2つのサイコロの目の和が10以上になることがらは表より，6通りです。よって，求める確率は，

$$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

3つ以上のものの組み合わせがあるときの確率の求め方

3つ以上のものの組み合わせでは，表で一度に調べることができないので，樹形図を使って求めていきます。次の例を解きながら樹形図の方法について学んでいきましょう。

例　コイン3枚を投げたとき，表が2枚，裏が1枚になる確率を求めなさい。

まず，コイン1枚を投げたときには，起こりうるすべてのことがらは，表か裏かの2通りです。
これを3回投げるから，起こりうるすべてのことがらは，（1回目，2回目，3回目）というように表記すると，（表，表，表），（表，表，裏），（表，裏，表），（表，裏，裏），（裏，表，表），（裏，表，裏），（裏，裏，表），（裏，裏，裏）の8通りです。このうち，表が2枚，裏が1枚になることがらは，（表，表，裏），（表，裏，表），（裏，表，表）です。

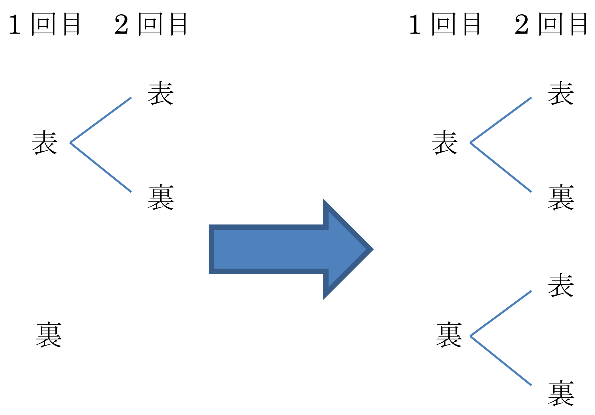
よって，求める確率は $\frac{3}{8}$ です。

今回は，起こりうるすべてのことがらは8通りしかありませんので，列挙すればよいですが，もっと多くなってくると書くのが面倒になります。そこで樹形図の登場です。樹形図とは，樹に枝が生い茂っているような形をしている図です。
ここからは樹形図のかき方を学習していきます。
まず，1回目に投げたときの起こりうることがらをかいていきます。上に1回目とかきます。

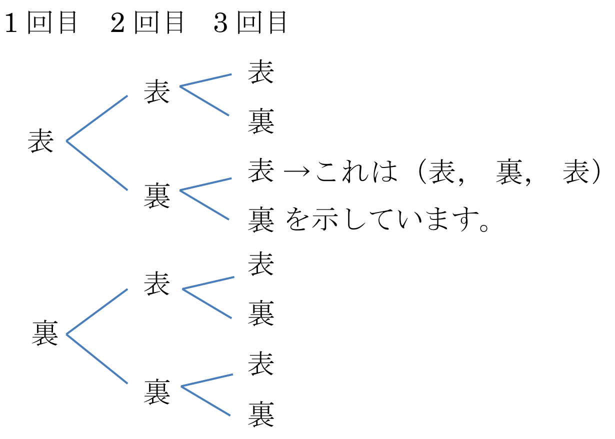
1回目
表

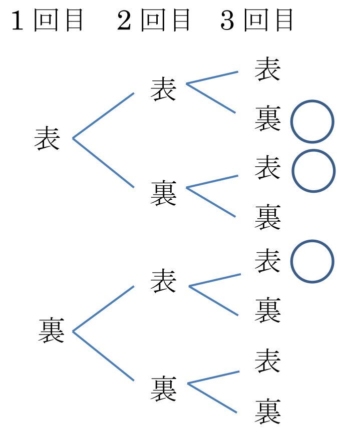
裏

次に，1回目のことがらである，表，裏に対してそれぞれ枝分かれさせて，2回目のことがらをかいていきます。上には2回目とかいていきます。



これを繰り返していきます。3回目も同様にかいていくと次のようになります。
最後に条件にあてあまることがらを数えます。





（よくある間違い）

コイン 3 枚を投げたとき，　表が 2 枚，　裏が 1 枚になる確率は $\frac{1}{4}$

（解説）

こう考えてしまうのは，（表 3 枚），（表 2 枚裏 1 枚），（表 1 枚裏 2 枚），（裏 3 枚）の 4 通りの出方があると思っているからです。

これは重み付けを考えていないことになります。(表 3 枚）は（表，表，表）の 1 通りだけですが，（表 2 枚裏 1 枚）は（表，表，裏），（表，裏，表），（裏，表，表）の 3 通りあります。確率は起こりうるすべてのことがらを分母にすることから，答えは，

$\frac{1}{4}$ ではなく，$\frac{3}{8}$ となります。

球を取り出す確率の問題

球を取り出す問題でポイントになるのは，大きく 2 つ。
(1) 1 個ずつ取り出した球を袋に戻すか，戻さないか。
(2) 2 個取り出すときに同時に取り出すか，1 個ずつ取り出すか
これらの解き方の違いを理解することである。

まずは(1) 1 個ずつ取り出した球を袋に戻すときと，戻さないときの求め方の違いを確認していきましょう。

例 1　赤球 2 個，白球 3 個が入っている袋があります。この袋の中から 1 個取り出し，その球を**袋に戻さず**もう 1 個取り出す。このとき，取り出した 2 つの球の色が同じである確率を求めなさい。

球が 2 種類しかないので，樹形図よりも表のほうが便利なので，表を使って解いていきます。1 個取り出して，袋に戻さずにもう 1 個取り出すので，2 回目では 1 回目で取り出した球を取り出すことはありません。これを表に反映させるには，表に斜め線を引いて，それを除くとよいです。

1個目＼2個目	赤	赤	白	白	白
赤					
赤					
白					
白					
白					

1個目＼2個目	赤	赤	白	白	白
赤		○	×	×	×
赤	○		×	×	×
白	×	×		○	○
白	×	×	○		○
白	×	×	○	○	

起こりうるすべてのことがらは 5×5 ではなく，5×4 の 20 通りです。
2 個の球の色が同じであるのは（赤　赤），（白　白）であるから，その条件に当てはまるのは 8 通りです。

よって，$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

例 2　赤球 2 個，白球 3 個が入っている袋があります。この袋の中から 1 個取り出し，その球を**袋に戻して**から，もう 1 個取り出す。このとき，取り出した 2 つの球の色が同じである確率を求めなさい。

1個目＼2個目	赤	赤	白	白	白
赤					
赤					
白					
白					
白					

1個目＼2個目	赤	赤	白	白	白
赤	○	○	×	×	×
赤	○	○	×	×	×
白	×	×	○	○	○
白	×	×	○	○	○
白	×	×	○	○	○

1 個取り出して，その後袋に戻すので，2 回目と 1 回目の条件は同じです。起こりうるすべてのことがらは 5×5 の 25 通りです。
2 個の球の色が同じであるのは（赤　赤），（白　白）であるから，その条件に当てはまるのは 13 通りです。

よって，$\frac{13}{25}$

例 3　赤球 2 個，白球 3 個が入っている袋があります。この袋の中から**同時に 2 個**取り出すとき，取り出した 2 つの球の色が同じである確率を求めなさい。

例 1 との相違点と共通点を考えていきましょう。まず，2 個同時に取り出すことから，例 1 のように，同じ球を取り出すことはありません。よって，表に斜め線を入れます。

	赤	赤	白	白	白
赤					
赤	○				
白	×	×			
白	×	×	○		
白	×	×	○	○	

このままだと例 1 と同じように感じますが，実は違います。例 1 では 1 回目赤，2 回目を白とした（赤　白）と（白　赤）は違うものとしましたが，今回では **2 個同時**取り出すので（赤　白）と（白　赤）を区別できないのです。

よって，求める確率は，

$$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\ \text{です。}$$

倍数の見分け方

2 の倍数	下 1 けたが 2 の倍数	1234 の下 1 けた 4 は 2 の倍数であるから，1234 は 2 の倍数である。
3 の倍数	各位の和が 3 の倍数	・12345 は各位の数の和$1+2+3+4+5=15$ が 3 の倍数であるから，12345 は 3 の倍数である。 ・1234 は各位の数の和$1+2+3+4=10$が 3 の倍数でないから，1234 は 3 の倍数ではない。
4 の倍数	下 2 けたが 4 の倍数または 00	・1234 は下 2 けたが 34 で，4 の倍数ではないから 1234 は 4 の倍数ではない。 ・2568 は下 2 けたが 68 なので，4 の倍数であるから，2568 は 4 の倍数である。
5 の倍数	下 1 けたが 0 か 5	・4121 は下 1 けたが 1 で，5 の倍数ではないので，4121 は 5 の倍数ではない。 ・12340 は下 1 けた 0 が 5 の倍数であるから，12340 は 5 の倍数である。
6 の倍数	3 の倍数で下 1 けたが 2 の倍数	・1234 は下 1 けた 2 が 2 の倍数であるが，各位の数の和$1+2+3+4=10$ で，3 の倍数ではないから，1234 は 6 の倍数ではない。 ・9156 は下 1 けた 6 が 2 の倍数であるが，各位の数の和 $9+1+5+6=21$ で，3 の倍数であるから，3 の倍数である。
9 の倍数	各位の数の和が 9 の倍数	・12345 は各位の数の和$1+2+3+4+5=15$ で，9 の倍数ではないから，12345 は 9 の倍数ではない。 ・7128 は各位の数の和$7+1+2+8=18$ で，9 の倍数であるから，7128 は 9 の倍数である。