C16	隣接 3 項間の漸化式(解が α, β)
Q16	次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+2} - 7a_{n+1} + 10a_n = 0$
A16	隣接 3 項間の漸化式は，まず特性方程式 $x^2 - 7x + 10 = 0$ の解を解きます。解が $x = 2$, 5 であるので，2 つの式を作って，それぞれの等比数列を考えればよいです。下の①，②のどちらか一方の式だけでも一般項を出すことができますが，計算が少し大変になるので，①と②の両方から，計算していきます。 漸化式は次の 2 通りに変形できる。 $a_{n+2} - 2a_{n+1} = 5(a_{n+1} - 2a_n)$・・・① $a_{n+2} - 5a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 5a_n)$・・・② b_n と置き換えをしてもいいですが，慣れてきたら置き換えをしないで考えます。 ①より，数列 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ は初項 $a_2 - 2a_1 = 1$ 公比 5 の等比数列であるから， $a_{n+1} - 2a_n = 1 \cdot 5^{n-1} = 5^{n-1}$・・・③ ②より，数列 $\{a_{n+1} - 5a_n\}$ は初項 $a_2 - 5a_1 = -2$ 公比 2 の

等比数列であるから，

$a_{n+1}-5a_n=-2\cdot 2^{n-1}=-2^n$ ・・・④

③−④より，　$3a_n=5^{n-1}-(-2^n)$

よって，　$a_n=\dfrac{5^{n-1}+2^n}{3}\ (n=1,\quad 2,\quad 3,\quad \cdots)$

答え　一般項　$a_n=\dfrac{5^{n-1}+2^n}{3}\ (n=1,\quad 2,\quad 3,\quad \cdots)$