

このときは、1つの三角関数の値から、他の関数の符号を決定していきます。

$\sin \theta < 0$ であるから、 θ の動径は、第3象限または第4象限とわかります。

θ の動径が第3象限のとき、 $\cos \theta < 0$, $\tan \theta > 0$

θ の動径が第4象限のとき、 $\cos \theta > 0$, $\tan \theta < 0$

あとは例1のように求めていきます。

$$(\cos \theta, \tan \theta) = \left(-\sqrt{1-d^2}, -\frac{d\sqrt{1-d^2}}{1-d^2} \right), \left(\sqrt{1-d^2}, \frac{d\sqrt{1-d^2}}{1-d^2} \right)$$

数学Iでは、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ に対して、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の対称式(\sin と \cos を入れ替えても変化しない式)であるとき、基本対称式 $\sin \theta + \cos \theta$, $\sin \theta \cos \theta$ を用いるとよいことを学びました。また、 $\cos \theta - \sin \theta$ や $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta$ のように、 \sin と \cos を入れ替えるともとの式の -1 倍になるような式を交代式といいました。ここでも一般角 θ に拡張して考えます。

\sin と \cos の対称式・交代式

$\sin \theta$ と $\cos \theta$ の対称式であるとき、対称式を、基本対称式 $\sin \theta + \cos \theta$, $\sin \theta \cos \theta$ のみで表すことができます。

対称式があるときは、先に基本対称式の値を求め、その後対称式を基本対称式のみで表して式の値を計算するのが一般的です。

$\sin \theta$ と $\cos \theta$ の交代式であるとき、 $\sin \theta - \cos \theta$ でくくることにより、残りは対称式になります。すなわち、交代式は、基本対称式と $\sin \theta - \cos \theta$ のみで表すことができます。

例 $\sin \theta + \cos \theta = a$ のとき、 $\sin \theta \cos \theta$, $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めなさい。

$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$ であるから、

$$a^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

よって、 $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}(a^2 - 1)$

このとき、 $\sin \theta - \cos \theta$ は、

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1 - a^2 + 1 = 2 - a^2$$

$\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$ であるから、

