C15	隣接 3 項間の漸化式(解が 1,　α)
Q15	$a_1=1,\quad a_2=4,\quad a_{n+2}+a_{n+1}-2a_n=0$
A15	特性方程式 $x^2+x-2=0$　すなわち $(x+2)(x-1)=0$ を解くと, $x=-2,\quad 1$　よって, $a_{n+2}+2a_{n+1}=(a_{n+1}+2a_n)$・・・①, $a_{n+2}-a_{n+1}=-2(a_{n+1}-a_n)$・・・② なお, 解答の記述においては, 特性方程式という言葉や導出過程を書かずに,　①または②をいきなり書くのが一般的です。 本問のように解に 1 を含む場合は, ①もしくは②のどちらか 1 つの式を用いて解くことができます。今回は両方の解き方を示します。 (解法 1　①を利用する場合) 与えられた漸化式を変形すると, $a_{n+2}+2a_{n+1}=(a_{n+1}+2a_n)$ $a_{n+1}+2a_n=b_n$とおくと,　$b_1=4+2\cdot1=6$ $b_{n+1}=b_n$　であるから,　数列 $\{b_n\}$ は定数関数である。 $b_n=b_{n-1}=\cdots b_1=6$

よって，$a_{n+1}+2a_n=6$

これを変形すると，$a_{n+1}-2=-2(a_n-2)$

$a_n-2=c_n$ とおくと，$c_1=a_1-2=-1$，$c_{n+1}=-2c_n$

よって，数列 $\{c_n\}$ は初項 -1，公比 -2 の等比数列である。

$\therefore\quad c_n=-(-2)^{n-1}$ これより，$a_n=-(-2)^{n-1}+2$

(解法 2　②を利用する場合)

与えられた漸化式を変形すると，
$a_{n+2}-a_{n+1}=-2(a_{n+1}-a_n)$
$a_{n+1}-a_n=b_n$ とおくと，$b_1=a_2-a_1=3$，$b_{n+1}=-2b_n$

数列 $\{b_n\}$ は初項 3，公比 -2 の等比数列である。

$\therefore b_n=3(-2)^{n-1}$　すなわち　$a_{n+1}-a_n=3(-2)^{n-1}$ であるから，階差数列を利用して解きます。

$n\geqq 2$ のとき，

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}3\,(-2)^{n-1}$$

$$=1+\frac{3\{1-(-2)^{n-1}\}}{1-(-2)}$$

$$=1+1-(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1}+2$$

$(-2)^{1-1}+2=3=a_1$ であるから，$n=1$ のときにも成り立

	つ。 したがって，　$a_n = (-2)^{n-1} + 2(n = 1,\quad 2,\quad 3, \cdots)$ **答え　$\boldsymbol{a_n = (-2)^{n-1} + 2(n = 1,\quad 2,\quad 3, \cdots)}$**