

C7	$a_{n+1} = pa_n + qn + r$ 型の漸化式(等比誘導型)
Q7	<p><math>a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 2n + 3</math> によって定められる数列 <math>\{a_n\}</math> において, <math>a_{n+1} - \{\alpha(n+1) + \beta\} = p\{a_n - (\alpha n + \beta)\}</math> を満たす実数 <math>p, \alpha, \beta</math> を求めよ。</p>
A7	<p>この問題を解くだけであれば, 係数比較法により, 実数はすぐに決定できます。</p> <p><math>a_{n+1} = pa_n + qn + r</math> は階差数列を使って解くのが有名ですが, この問題のように, <math>b_n = a_n - (\alpha n + \beta)</math> とおいて等差数列を使って解くことも可能です。共通テストや2次試験でもこのような誘導のもと, 等差数列に帰着させて解答させる問題もあります。また, この考え方は, <math>a_{n+1} = pa_n + qn^2 + rn + s</math> のように, <math>a_n</math> を含まない項が <math>n</math> の2次式でも有効であるので, この問題をしっかりおさえたいいきましょう。</p> <p><math>a_{n+1} - \{\alpha(n+1) + \beta\} = p\{a_n - (\alpha n + \beta)\}</math> を整理すると,  <math>a_{n+1} = pa_n + \alpha(1-p)n + (1-p)\beta</math>  これと, <math>a_{n+1} = 3a_n + 2n + 3</math> を比較すると, <math>a_n, n,</math> 定数項の係数から,  <math>p = 3, \alpha(1-p) = 2, (1-p)\beta = 3</math> がそれぞれ得られます。</p>

すなわち,  $p = 3$ ,  $-2\alpha = 2$ ,  $2\beta = 3$  から,

答え  $p = 3$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = \frac{3}{2}$