

C7	$a_{n+1} = pa_n + qn + r$ 型の漸化式(等比誘導型)
Q7	<p>$a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 2n + 3$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ において, $a_{n+1} - \{\alpha(n+1) + \beta\} = p\{a_n - (\alpha n + \beta)\}$ を満たす実数 p, α, β を求めよ。</p>
A7	<p>この問題を解くだけであれば, 係数比較法により, 実数はすぐに決定できます。</p> <p>$a_{n+1} = pa_n + qn + r$ は階差数列を使って解くのが有名ですが, この問題のように, $b_n = a_n - (\alpha n + \beta)$ とおいて等差数列を使って解くことも可能です。共通テストや2次試験でもこのような誘導のもと, 等差数列に帰着させて解答させる問題もあります。また, この考え方は, $a_{n+1} = pa_n + qn^2 + rn + s$ のように, a_n を含まない項が n の2次式でも有効であるので, この問題をしっかりおさえたいいきましょう。</p> <p>$a_{n+1} - \{\alpha(n+1) + \beta\} = p\{a_n - (\alpha n + \beta)\}$ を整理すると, $a_{n+1} = pa_n + \alpha(1-p)n + (1-p)\beta$ これと, $a_{n+1} = 3a_n + 2n + 3$ を比較すると, $a_n, n,$ 定数項の係数から, $p = 3, \alpha(1-p) = 2, (1-p)\beta = 3$ がそれぞれ得られます。</p>

すなわち, $p = 3$, $-2\alpha = 2$, $2\beta = 3$ から,

答え $p = 3$, $\alpha = -1$, $\beta = \frac{3}{2}$