

2種類の三角関数がある2次式は $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を利用して、
 $a(1 - \cos^2 \theta) + b \cos \theta + c = 0$ と変形すると、上記のように1種類の三角関数のみで表す
ことができます。あとは三角関数が1種類のときの解き方で解くことができます。

例 $2 \cos^2 \theta + 7 \sin \theta - 5 = 0 (0 \leq \theta < 2\pi)$ を解きなさい。

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より, } 2(1 - \sin^2 \theta) + 7 \sin \theta - 5 = 0$$

すなわち、 $2 \sin^2 \theta - 7 \sin \theta + 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ ($\sin^2 \theta$ の符号を正にするために両辺に -1 を掛けた)

慣れると直接 $\sin \theta$ でまとめることができますが、慣れないうちは、 $\sin \theta = t$ としまし
よう。すると、 $\textcircled{1}$ は、 $2t^2 - 7t + 3 = 0$ となります。

これは t の2次式なので、因数分解をして解を求めることができます。

$$\text{因数分解を行うと, } (2t - 1)(t - 3) = 0$$

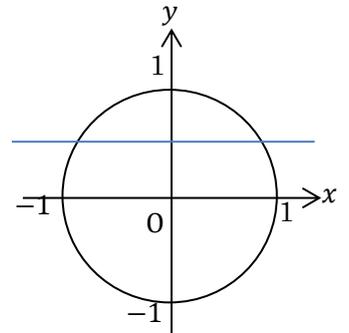
ここで、 t の範囲を考えます。 t は $\sin \theta$ のことだったので、 $-1 \leq t \leq 1$ です。

すると、 $t - 3 \leq -2$ なので0になることはありません。

よって、解は $2t - 1 = 0$ を解けばよく、

$$t = \frac{1}{2} \text{ すなわち, } \sin \theta = \frac{1}{2} \text{ を満たす解が答えです。}$$

$$\text{よって, } \theta = \frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi$$



三角不等式とは

三角関数を含む不等式を三角不等式といい、不等式を満たす角の範囲を求めることを三角不等式を解くといいます。

三角不等式を解くには、単位円をかく方法と、グラフをかく方法がありますが、単位円をかく方法が楽なので、こちらで解いていきます。