一般角と弧度法

動径

平面上で，点Oを中心として半直線OPを回転させるとき，この半直線OPを動径といいます。

始線

動径の最初の位置を示す半直線OXを始線といいます。
基本的に，座標平面上では始線を x 軸にとります。

動径の回転

動径の回転には2つあります。
反時計回りを正の向き，時計回りを負の向きといいます。
正の向きの角を正の角，負の向きの角を負の角といいます。

動径OPの正の角を30°とすると，負の角は−330°と表します。

一般角

回転の向きと大きさを表す量として拡張した角を一般角といいます。

注　速度は速さだけでなく，向きも表すものでした。一般角も角の大きさだけでなく，回転の向きによる角，すなわち，正の角か負の角かを区別した表し方といえます。

θ の動径

一般角 θ に対して，始線OXから角 θ だけ回転した位置にある動径OPを，θ の動径といいます。

動径OPの表す角

一般に，動径OPと始線OXのなす角の1つを α とすると，動径OPの表す角は，

$$\alpha + 360^\circ \times n \ (n \text{ は整数})$$

と表されます。

注　40°と400°は角度でみると違うものですが，動径は位置を表すので，円の1周すなわち360°の整数倍ずれたものは同じとみなします。

象限の角

O を原点とする座標平面において， x 軸の正の部分を始線にとり， 動径 OP の表す角を θ とするとき， 動径 OP が第 1 象限にあるなら， θ を第 1 象限の角といいます。第 2 象限の角， 第 3 象限の角， 第 4 象限の角も同様に定めます。
動径 OP が座標軸上にある場合， どの象限でもありません。
動径 OP の表す角を $\alpha + 360° \times n$ (n は整数) と表されるとき，

第 1 象限の角　$0° < \alpha < 90°$,　$-360° < \alpha < -270°$
第 2 象限の角　$90° < \alpha < 180°$,　$-270° < \alpha < -180°$
第 3 象限の角　$180° < \alpha < 270°$,　$-180° < \alpha < -90°$
第 4 象限の角　$270° < \alpha < 360°$,　$-90° < \alpha < -0°$

弧度法

今までは， 直角の $\frac{1}{90}$ である 1°を単位とする度数法を学習してきました。これに対し，
半径 1 の円で， 半径に等しい長さの弧 AB に対する中心角の大きさを 1 ラジアン（1 弧度法）といい， 1 ラジアンを単位とする角の大きさの表し方を弧度法といいます。

半径 r の円で， 半径に等しい長さの弧 AB に対する中心角の大きさを $a°$ とすると， 弧の長さと中心角の大きさには比例関係にあるから，

$$\frac{r}{2\pi r} = \frac{a°}{360°} \quad よって，\quad a° = \frac{360°}{2\pi} = \frac{180°}{\pi}$$

この一定の値を 1 ラジアンとします。すなわち，

1 ラジアン $= \left(\frac{180}{\pi}\right)°$であるから， $1° = \frac{\pi}{180}$ ラジアンと変換できます。

ラジアンは半径 r に関わらず一定であるので， 基準である半径を 1 にして， ラジアンを定義しました。半径によらないので， ラジアンを半径 1 でなく， 半径 r として定義しても問題ありません。
なお， 角の大きさを弧度法で表すときは， 普通， 単位のラジアンを省略します。

度数法と弧度法の変換簡易表

度数法	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$
弧度法	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π

扇形の弧の長さと面積

半径 r の円で，中心角 θ (ラジアン)の扇形の弧の長さをl，面積を S とすると

① 弧の長さ $l = r\theta$

② 面積 $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

(扇形の弧の長さの関係式の証明)

弧の長さは中心角の大きさに比例するから，

$$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$$

よって，$2\pi l = 2\pi r\theta$，$l = r\theta$・・・③

(扇形の面積の関係式の証明)

扇形の面積Sも中心角の大きさに比例するので，$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$ から

$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$・・・④

③，④より，①が示されました。

一般角と弧度法のチェックリスト

動径とは何か説明することができるか			
始線とは何か説明することができるか			
正の角・負の角とは何か知っているか			
角と一般角の違いを説明することができるか			
θ の動径とは何かを説明することができるか			
40°と 400°の違いを理解しているか			
40°と 400°の動径は等しいことを理解しているか			
動径が第 1 象限の範囲内にあるときの角度の範囲を求めることができるか			
500° の角を図示することができるか			
500° が第何象限の角か求めることができるか			
弧度法とは何か説明することができるか			
1 ラジアンと π の関係式を知っているか			
1 ラジアンとは何か説明することができるか			
70° を弧度に，3π を度数に変換を行うことができるか			
30°，45°，60°，90°，120°，150°，180° をそれぞれ瞬時に弧度に直すことができるか			
扇形の弧の長さとラジアンの関係式を知っているか			
扇形の弧の長さとラジアンの関係式を証明できるか			
扇形の面積とラジアンの関係式を知っているか			
扇形の弧の長さとラジアンの関係式を証明できるか			