

$\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうちの 1 つの値が分かれば, 相互関係を利用して, 残りの三角関数の値を求めることができます。

θ の動径が第何象限にあるか決まっている場合, 残りの値はただ 1 つに決まります。
 θ の動径が第何象限にあるか決まっていない場合, θ の動径が第何象限にあるか場合分けを行い, 残りの値を求めることができます。

例 1 θ の動径が第 2 象限にあり, $\sin \theta = a$ のとき, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めなさい。

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ であるから } \cos^2 \theta = 1 - a^2$$

θ の動径が第 2 象限であるから, $\cos \theta < 0$, $\tan \theta < 0 \cdots \textcircled{1}$

$$\textcircled{1} \text{ より, } \cos \theta = -\sqrt{1 - a^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{a}{-\sqrt{1 - a^2}} = -\frac{a\sqrt{1 - a^2}}{1 - a^2}$$

$\cos \theta = b$ のときも上記と同様にして, 解くことができます。

例 2 θ の動径が第 2 象限にあり, $\tan \theta = c$ のとき, $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めなさい。

$\tan \theta$ がわかっているときには,

$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ を利用して $\cos \theta$ を求めていきます。

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + c^2}$$

θ が第 2 象限にあるので, $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0 \cdots \textcircled{2}$

$$\textcircled{2} \text{ より, } \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{1 + c^2}} = \frac{-\sqrt{1 + c^2}}{1 + c^2}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{1 + c^2} = \frac{c^2}{1 + c^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ より, } \sin \theta = \frac{-c}{1 + c^2}$$

注意 $\tan \theta$ が第 2 象限にあるから, c の値はマイナスであることに注意しましょう。

例 3 $\sin \theta = d (d < 0)$ のとき, $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めなさい。

次は, θ の動径の象限がないときをみていきます。