三角関数

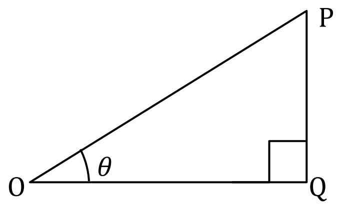
復習

直角三角形を用いた三角比の定義（$0° < \theta < 90°$）

右の図のような角 POQ が鋭角である直角三角形において，

∠POQ の大きさを θ とすると

$\sin\theta = \frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OP}}$，　$\cos\theta = \frac{\mathrm{OQ}}{\mathrm{OP}}$，　$\tan\theta = \frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OQ}}$



一般角の三角関数の定義

座標平面上で，x 軸の正の部分を始線にとり，一般角 θ の動径と，原点を中心とする半径 r の円との交点 P の座標を$(x,\ y)$とすると，

$\frac{y}{r}$，$\frac{x}{r}$，$\frac{y}{x}$ の各値は θ によってのみ定まり，半径 r の値によりません。そこで，

正弦　$\sin\theta = \frac{y}{r}$　余弦　$\cos\theta = \frac{x}{r}$　正接　$\tan\theta = \frac{y}{x}$ を定義します。

ただし，

$\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi\left(n\text{は整数}\right)$に対しては，$\tan\theta$ の値を定義しません。

単位円を用いた一般角 θ の定義

教科書や参考書では上のように，半径 r の円で三角関数を定義しています。しかし，三角関数の定義を用いて加法定理を証明する問題が 1999 年の東大入試で出ていますが，加法定理を含め，多くの三角関数は単位円を使って考えることが非常に多く，計算も簡単になります。一般角の三角関数の定義にあるように，正弦，余弦，正接の値は半径 r の値によりません。ですから，正弦，余弦，正接をもっと簡単な形，すなわち 半径 $r = 1$ の単位円で考えたいと思うのは自然な発想です。これを新たな定義とします。

座標平面上で，x 軸の正の部分を始線にとり，一般角 θ の動径と，原点を中心とする半径 1 の単位円との交点 P の座標を$(x,\ y)$とすると，

$\sin\theta = y$，　$\cos\theta = x$，　$\tan\theta = \frac{y}{x}$

($\tan\theta = m$ と定義してもいいですが，有用性が乏しいのでこのままとします。)