$t=1$ とすると　①は $y=2x-1$
点(1,　1) を通る直線が存在するので，①は点 (1,　1) を通ることが分かります。

それでは点 (0,　1) はどうでしょうか。
①に代入すると， $1=0-t^2$ これを満たす実数 t は存在しません(虚数解をもってしまいます)。

実数 t が存在しないとはどういうことか分かるでしょうか。

これは，点(0,　1) は　t が実数全体を動いても，①を満たさないことを示します。
すなわち，点(0,　1) は①を通らないことがわかります。

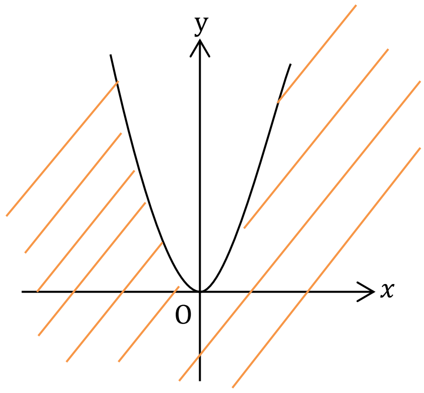
つまり，　直線 $y=2tx-t^2$・・・① について次のことがわかります。

①が点$(X,\ Y)$ を通らない　⇔　$Y=2tX-t^2$ が成り立つような実数 t が存在しない
①が点$(X,\ Y)$ を通る　⇔　$Y=2tX-t^2$ が成り立つような実数 t が存在する

(文字変数 t の存在条件に着目する方法)
① に $(x,\ y)=(X,\ Y)$を代入して， t について解くと， $t^2-2Xt+Y=0$・・・②
②の判別式をDとすると，

$$\frac{D}{4}=X^2-Y\geqq 0$$

これを解いて， $Y\leqq X^2$
よって，求める領域は， $y\leqq x^2$ であるから，
右図の斜線部分。ただし，境界線を含む。



(1 文字固定法による別解)
X を定数とし， $x=X$・・・③ とする。①を t に関する方程式とみると， $y=-t^2+2Xt$・・・④
t がすべての実数を動くとき， $y=-(t-X)^2+X^2$ であるから， y の値の範囲は
$y\geqq X^2$・・・⑤
③，⑤より， $x=X$(固定)としたときに， t がすべての実数を動くとき，
点$(X,\ y)$ の通過する範囲は， y 軸に平行な半直線 $x=X(y\leqq X^2)$ となります。