三角関数の合成が cos でなく sin でまとめる理由

座標平面上では，一番上の値，すなわち y の値が一番大きい値を最大値としていました。cos では x の値を表す一方， sin では y の値を表しているので， cos でも最大・最小を求めることができますが， sin でまとめたほうが今までの考え方で計算することができるので sin で合成を行うことが合理的であるといえます。

参考　三角関数の合成を cos で行うとどうなるか

今度は少し工夫します。xy 座標平面上に点 $\mathrm{Q}(b,\ a)$ をとる。$\mathrm{OQ}=r$ とし，線分 OQ が x 軸の正の向きとなす角を β とすると次の関係が成り立ちます。

$r=\sqrt{a^2+b^2},\quad a=r\sin\beta,\quad b=r\cos\beta$

$$\begin{aligned} a\sin\theta+b\cos\theta &= r\sin\beta\sin\theta+r\cos\beta\cos\theta \\ &= r\cos(\theta-\beta) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\beta) \end{aligned}$$

ただし，　$\cos\beta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\quad \sin\beta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

三角関数の合成の利用

・sinA と cosA の両方があるときには合成することにより sin のみの式にすることができます。

・A が異なっても加法定理を用いて同じにすることができます。

・$\sin\theta$ と $\cos\theta$ は 1 次式， $\sin\theta\cos\theta$ と $\sin^2\theta$ と $\cos^2\theta$ は 2 次式です。

三角関数の 2 次の同次式は， 2θ の三角関数で表されます。