C8	$a_{n+1} = pa_n + qn^2 + rn + s$ 型の漸化式
Q8	$a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + n^2$ で定められる数列 $\{a_n\}$ において， $a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$・・・① を満たす x の 2 次の整式 $f(x)$ が存在することを示し，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
A8	$f(x) = px^2 + qx + r(p \neq 0)$ とおいて，係数を比較することによって解いていきます。 ①を変形すると， $a_{n+1} = 2a_n + f(n+1) - 2f(n)$ ここで， $f(n+1) - 2f(n)$ $= p(n+1)^2 + q(n+1) + r - 2(pn^2 + qn + r)$ $= pn^2 + 2pn + p + qn + q + r - 2pn^2 - 2qn - 2r$ $= -pn^2 + (2p-q)n + p + q - r$ よって，$a_{n+1} = 2a_n - pn^2 + (2p-q)n + p + q - r$ $a_{n+1} = 2a_n + n^2$ と比較して， $-p = 1,\quad 2p - q = 0,\quad p + q - r = 0$ 順々に，$p = -1,\quad q = -2,\quad r = -3$ と求まるから， $f(x) = -x^2 - 2x - 3$ とおくと，これは①を満たす。 $b_n = a_n - f(n)$ とおくと，$b_1 = a_1 - f(1) = 7$ であり， $b_{n+1} = 2b_n$

	数列 $\{b_n\}$ は初項 7，公比 2 の等比数列であるから， $b_n = 7 \cdot 2^{n-1}$　これより，$a_n - f(n) = 7 \cdot 2^{n-1}$ よって，$a_n = f(n) + 7 \cdot 2^{n-1} = -n^2 - 2n - 3 + 7 \cdot 2^{n-1}$ **答え　$a_n = -n^2 - 2n - 3 + 7 \cdot 2^{n-1}$($n = 1$，2，3，…)**