

| | |
|----|---|
| C3 | 階差数列の漸化式 |
| Q3 | <p>次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。</p> $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 2^n + n$ |
| A3 | <p>a_n の係数が 1 のときには、階差数列を使うと便利です。シグマの計算で出てきた公式も思い出していきましょう。</p> $\sum_{k=1}^n ar^{k-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n + 1)$ <p>$a_{n+1} - a_n = 2^n + n$</p> <p>数列 $\{a_n\}$ の階差数列の第 n 項が $2^n + n$ であるから、 $n \geq 2$ のとき、</p> $ \begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^k + k) \\ &= 2 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} + \frac{1}{2}(n - 1) \cdot n \\ &= 2 + 2^n - 2 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \\ &= 2^n + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \end{aligned} $ <p>答え $a_n = 2^n + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n (n = 1, 2, 3, \dots)$</p> |