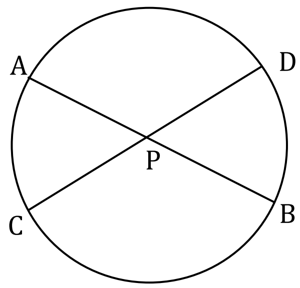
<table>
<tr><td colspan="2">点Pを通る2直線が与えられた円と2点A，Bおよび，2点C，Dで交わるとき，PA×PB = PC×PD が成り立つ。これを証明しなさい。</td></tr>
<tr><td>[1]　点Pが円の内部にある場合
△APCと△DPBにおいて，
対頂角より，
∠APC ＝ ∠DPB・・・①
$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角より，
∠ACP ＝ ∠DBP・・・②
①，②より，
2組の角がそれぞれ等しいので，
△APC ∽ △DPB
対応する辺の比は等しいので，
PA : PD = PC : PB
∴　PA×PB = PC×PD</td><td>
</td></tr>
<tr><td>[2]　点Pが円の外部にある場合
△APDと△CPBにおいて，
共通な角であるから，</td><td></td></tr>
</table>

$\angle APD = \angle CPB$・・・③

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角より，

$\angle ADP = \angle CBP$・・・④

③，④より，

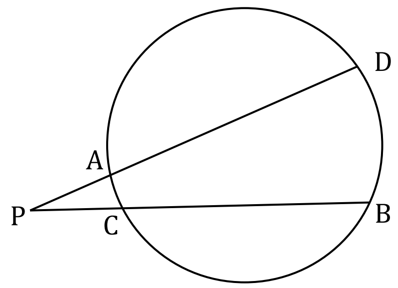
2 組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle APD \backsim \triangle CPB$

対応する辺の比は等しいので，

$PA : PC = PD : PB$

$\therefore\ PA \times PB = PC \times PD$



円の外部の点 P から円に引いた接線と円の接点を T とする。P を通って，この円と 2 点 A，B で交わる直線を引くと，$PA \times PB = PT^2$

上記の方べきの定理を証明せずにこれを見ると，なぜ右辺が 2 乗になるのか疑問に思う人が多くいます。上記の式がわかれば一発です。

点 C と D が一致した点を T とおくと，

$PC = PT$，$PD = PT$ であるから，

これを上記の式に代入して，$PA \times PB = PT^2$ が得られます。