Q1	次の 2 次方程式を解け。 $$2x^2+5x+9=0$$
Q2	次の 2 次方程式の解の種類を判別せよ。ただし， k は定数とする。 $$x^2+2(k-2)x-8k+1=0$$
Q3	k は定数とする。次の 2 つの 2 次方程式 $x^2-kx+k^2-3k=0$・・・①， $(k+1)x^2+(k+1)x+1=0$・・・② について， 次の条件を満たす k の値の範囲をそれぞれ求めよ。 (1)　①， ②のうち， 少なくとも一方が虚数解をもつ。 (2)　①， ②がどちらも虚数解をもつ。 (3)　①， ②がどちらも虚数解をもたない。 (4)　①， ②のうち， 一方だけが虚数解をもつ。
Q4	x の方程式 $(i+1)x^2+(k+i)x+ki+1=0$ が実数解をもつとき， 実数 k の値を求めよ。ただし， i は虚数単位とする。

Q1	次の 2 次方程式を解け。 $$2x^2+5x+9=0$$
A1	解の公式を用いて, $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-72}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{47}i}{2}$ 答え　$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{47}i}{2}$

Q2	次の 2 次方程式の解の種類を判別せよ。ただし，k は定数とする。 $$x^2+2(k-2)x-8k+1=0$$
A2	2 次方程式 $x^2+2(k-2)x-8k+1=0$ の判別式を D とする。 $\frac{D}{4}=(k-2)^2-1\cdot(-8k+1)$ $=(k+3)(k+1)$ よって， ［ｉ］ $D>0$ すなわち，$k<-3,\quad -1<k$ のとき 異なる 2 つの実数解をもつ ［ii］ $D=0$ すなわち，$k=-3,\quad -1$ のとき 重解をもつ ［iii］ $D<0$ すなわち，$-3<k<-1$ のとき 異なる 2 つの虚数解をもつ （解説） $D<0$ のときは，今までは実数解なしとしていましたが，実数だけでなく複素数を考えていくと，$D<0$ では虚数解をもちます。ですから，解答でも異なる 2 つの虚数解をもつと答えます。

Q3	k は定数とする。次の 2 つの 2 次方程式 $x^2-kx+k^2-3k=0$・・・①，　$(k+1)x^2+(k+1)x+1=0$・・・② について，　次の条件を満たす k の値の範囲をそれぞれ求めよ。 (1)　①，　②のうち，　少なくとも一方が虚数解をもつ。 (2)　①，　②がどちらも虚数解をもつ。 (3)　①，　②がどちらも虚数解をもたない。 (4)　①，　②のうち，　一方だけが虚数解をもつ。
A3	②は 2 次方程式であるから，　$k+1\neq 0$ すなわち $k\neq -1$・・・③ ①，　②の 2 次方程式の判別式を D_1，　D_2 とすると， $D_1=k^2-4k^2+12k=-3k(k-4)$ $D_2=(k+1)^2-4(k+1)=(k+1)(k-3)$ (1)　求める条件は，　③のもと，　$D_1<0$ または　$D_2<0$ が成り立つことである。 $D_1<0$ より，　$k<0$，　$4<k$・・・④ $D_2<0$ より，　$1<k<5$・・・⑤ 求めるのは，　③のもと，　④，　⑤の範囲を合わせて $k<-1$，　$-1<k<0$，　$1<k$ (2)　求める条件は，　③のもと，　$D_1<0$ かつ　$D_2<0$ が成り立つことである。 すなわち，　④と⑤の共通範囲であるから， $4<k<5$ (3)　求める条件は，　③のもと，　$D_1\geqq 0$ かつ $D_2\geqq 0$ が成り立つことである。 $D_1\geqq 0$ より，　$0\leqq k\leqq 4$・・・⑥ $D_2\geqq 0$ より，　$k\leqq 1$，　$5\leqq k$・・・⑦ すなわち，　⑥と⑦の共通範囲であるから，　$0\leqq k\leqq 1$ (4)　求める条件は，　③のもと，（$D_1<0$ かつ $D_2\geqq 0$）または（$D_1\geqq 0$ かつ $D_2<$ 0）が成り立つことである。 $D_1<0$ かつ $D_2\geqq 0$ より，　$k<0$，　$5\leqq k$・・・⑧ $D_1\geqq 0$ かつ $D_2<0$ より，　$1<k\leqq 4$・・・⑨ ③と⑧と⑨の範囲を合わせて， $k<-1$，　$-1<k<0$，　$1<k\leqq 4$，　$5\leqq k$

Q4	x の方程式 $(i+1)x^2+(k+i)x+ki+1=0$ が実数解をもつとき，実数 k の値を求めよ。ただし，i は虚数単位とする。
A4	方程式の実数解を $x=\alpha$ とすると， $(i+1)\alpha^2+(k+i)\alpha+ki+1=0$ を満たす。 これを i について整理すると， $\alpha^2+k\alpha+1+(\alpha^2+\alpha+k)i=0$ $\alpha^2+k\alpha+1$，$\alpha^2+\alpha+k$ は実数であるから，複素数の相等より， $\alpha^2+k\alpha+1=0$・・・①，$\alpha^2+\alpha+k=0$・・・② ①−②より， $(\mathrm{k}-1)(\mathrm{\alpha}-1)=0$ $\therefore k=1$ または $\alpha=1$ [i] $k=1$ のとき ①，②はともに，$\alpha^2+\alpha+1=0$ この α の 2 次方程式の判別式を D とすると， $D=1^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$ よって，α は虚数解しか持たないから，不適。 [ii] $\alpha=1$ のとき ②から，$1+1+k=0$ $\therefore k=-2$ これは①もみたす。 [i]，[ii]より，$k=-2$ 答え　$k=-2$ (解説) 判別式を利用できるのは，正確には実数係数の 2 次方程式という。2 つの条件が必要になります。多くは実数係数であるので忘れがちであるので気をつけましょう。